

---

# Tamaño de los Fondos de Pensiones en Chile y su Desempeño Financiero\*

---

Patricio Arrau<sup>†</sup>

Rómulo Chumacero<sup>‡</sup>

## RESUMEN

Walker (1993a, 1993b) inició una interesante línea de investigación para analizar la asociación entre las diferencias de rentabilidad de los distintos fondos de pensiones y su tamaño. Esta posible asociación es generalmente justificada por aspectos institucionales y de regulación, o la presencia de habilidades especiales de algunos fondos. En este trabajo se utiliza un modelo teórico para motivar la utilización de diversas técnicas econométricas en las que se encuentra que existe una relación causal entre selección de cartera y tamaño lo que repercute en una relación no lineal entre diferenciales de rentabilidad y tamaño. Esta relación es robusta aún cuando se utilizan modelos que intentan controlar los diferenciales por riesgo.

Santiago, 7 de Agosto de 1997

---

\* Se agradecen los comentarios de Dante Contreras, Alvaro Donoso, Rodrigo Fuentes, Ricardo Paredes, Henry Rudnick, Klaus Schmidt-Hebbel, Rodrigo Valdés, Salvador Valdés, Eduardo Walker y de los participantes de seminarios realizados en el Banco Central de Chile, el Departamento de Economía de la Universidad de Chile y en el Instituto de Economía de la Universidad Católica de Chile. Cualquier error es de exclusiva responsabilidad de los autores. También se agradece la eficiente colaboración de Andrés González. Este estudio ha contado con el financiamiento de AFP Protección.

<sup>†</sup> Socio de GERENS Ltda.

<sup>‡</sup> Profesor del Departamento de Economía de la Universidad de Chile.

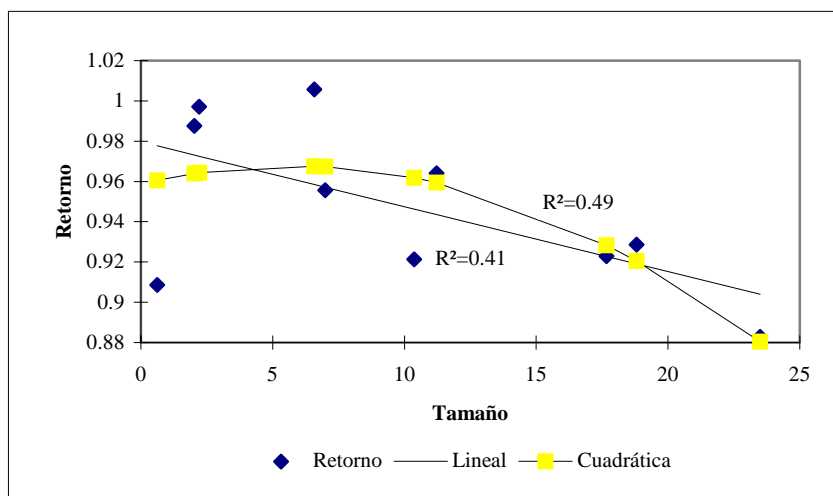
# 1. Introducción

Walker (1993a, 1993b) inició una interesante línea de investigación para analizar la asociación entre los diferenciales de rentabilidad de los distintos fondos de pensiones y su tamaño. Esta posible asociación es generalmente justificada por aspectos institucionales y de regulación, o la presencia de habilidades especiales de algunos fondos. Por ejemplo, los fondos grandes podrían ver más afectadas sus decisiones de elección de cartera que los fondos pequeños por algunas restricciones legales. Estas restricciones pueden ser categorizadas a su vez en dos: restricciones independientes del tamaño del fondo tales como el límite máximo porcentual en cartera de renta variable o al riesgo inmobiliario (que denominamos restricciones relativas), y las restricciones directamente relacionadas con el tamaño de los fondos tales como las restricciones por emisor asociadas a la participación accionaria o la disponibilidad de acciones afepeables (que denominamos restricciones absolutas). Es probable que los fondos de tamaño grande se vean seriamente limitados por la segunda categoría de restricciones, lo que disminuye su capacidad para elegir libremente una combinación riesgo retorno eficiente. Una segunda explicación que suele darse se refiere a la iliquidez del mercado de capitales chileno. Bajo esta perspectiva el tamaño del fondo puede afectar de modo negativo su rentabilidad por ser capaces de influir en precios en la dirección contraria a la deseada: al conocerse intenciones o necesidades de liquidación de un fondo se afecta negativamente el nivel de precios y viceversa. Una tercera explicación que suele darse a la correlación entre tamaño y rentabilidad es la existencia de flexibilidad y habilidades especiales idiosincráticas a los fondos de menor tamaño. Finalmente, se puede agregar que la regulación de rentabilidad mínima afecta más seriamente a los fondos pequeños relativos a los medianos y grandes. Ello se debe a que al influir en menor grado en la rentabilidad promedio del sistema, se incrementan las posibilidades de desviación de la rentabilidad individual del promedio del sistema, lo que afecta el patrimonio de la AFP. Esto se traduciría en una restricción adicional a la que enfrentan los fondos medianos y grandes. Adicionalmente, debido a que se utiliza un promedio ponderado restringido a una ponderación máxima de 14%, los fondos medianos son equivalentes a los grandes en su influencia en la rentabilidad promedio del sistema.

De la discusión precedente puede plantearse la hipótesis de que sería conveniente tener un tamaño mediano, ni muy grande ni muy chico, con el fin de tener mejores opciones para elegir una cartera eficiente. Walker concluye que existe una diferencia estadísticamente significativa entre tamaño y rentabilidad (aún después de un ajuste por riesgo) en la cartera de los fondos en renta variable. Sin embargo el separa a los fondos en dos grandes categorías (“grandes” y “pequeños”) por lo que de existir una relación no lineal entre tamaño y rentabilidad sus tests no podrían detectarla. En este estudio se profundiza en tests econométricos para analizar esta hipótesis relacionando la selección de cartera y los diferenciales en las rentabilidades de los fondos para verificar se existe alguna relación causal entre tamaño y selección de cartera. Para motivar la discusión acerca de las diferencias de rentabilidad vale la pena analizar algunos momentos incondicionales de las

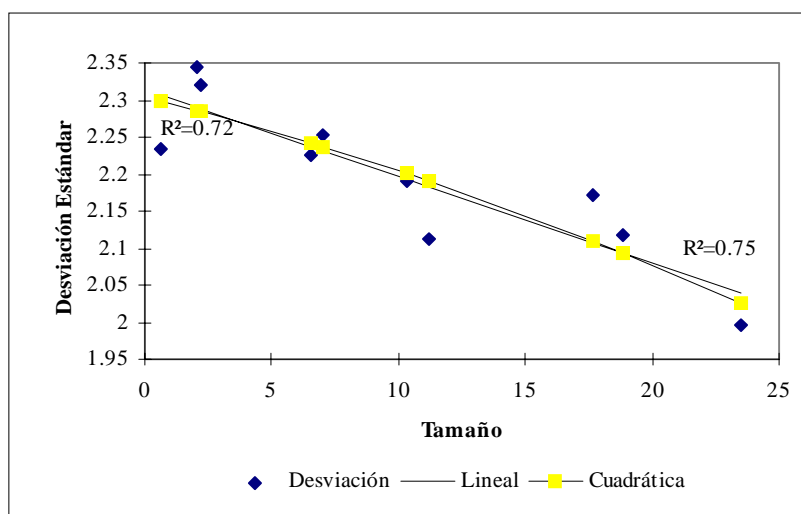
series. El gráfico 1 muestra la rentabilidad real promedio mensual de 10 fondos para el periodo 1990-96 y su tamaño promedio.<sup>1</sup>

**Gráfico 1**  
**Rentabilidad y Tamaño Promedio (1990:01-1996 :10)**



El gráfico muestra que existe una relación inversa (aunque débil) entre la rentabilidad promedio *ex-post* y el tamaño. A pesar de ello, también se muestra que una relación cuadrática es (débilmente) superior a la aproximación lineal, pues el retorno parece aumentar con el tamaño para luego tener una inflexión. Dado que la rentabilidad y su volatilidad suelen estar íntimamente relacionadas, el gráfico 2 muestra la relación entre la desviación estándar del retorno de cada fondo y su tamaño.

**Gráfico 2**  
**Volatilidad y Tamaño Promedio**

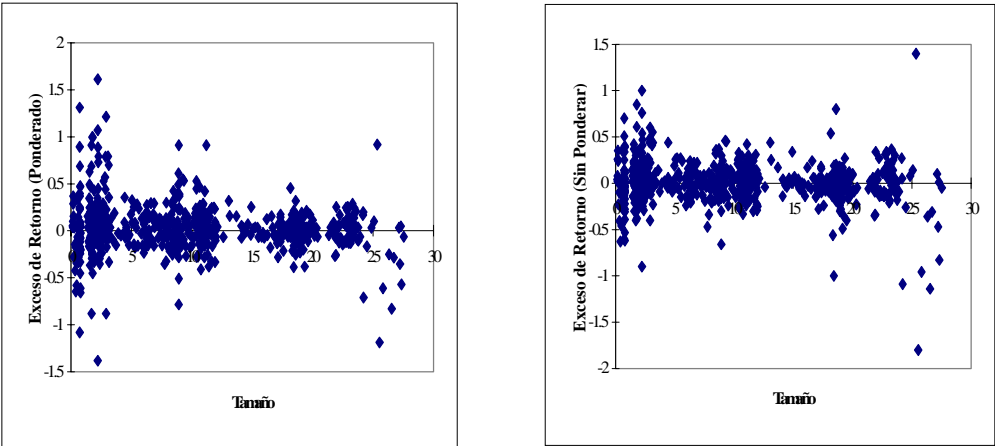


<sup>1</sup> El Anexo C describe las series utilizadas.

En este también se aprecia una relación inversa (aún más estrecha que con retorno promedio) entre volatilidad y tamaño, aunque a diferencia del caso anterior la relación estadística más satisfactoria entre variables es lineal y no cuadrática. Una pregunta fundamental que debe hacerse es si estos hechos estilizados entre tamaño, retorno y volatilidad se deben a tamaño o existen diferencias en estrategias tales como composición de cartera y otras que hacen que esta relación se presente. Por ello, un ejercicio econométrico más exhaustivo debiera controlar por otros factores además del tamaño al examinar los determinantes del retorno, volatilidad y composición de cartera de los fondos.

Otro problema que se presenta con la “evidencia” presentada en los gráficos 1 y 2 es que al considerar los momentos incondicionales pueden estarse obviando otros factores sistemáticos no asociados con tamaño. De hecho, si se observan los retornos observados de los fondos y su tamaño se encuentra evidencia menos clara de esta relación. El gráfico 3 muestra dos paneles en los cuales se presentan los excesos de retorno mensuales de cada fondo y su tamaño. El primer panel corresponde a una medida de exceso de retorno en la cual se compara el retorno total del fondo con el retorno total del sistema ponderado por el tamaño (que corresponde aproximadamente al retorno de sistema reportado en los Boletines Mensuales de la Superintendencia de AFPs); en el segundo se define como exceso de retorno al diferencial entre el retorno del fondo y el promedio simple de los retornos de las distintas AFPs. Como se observa, parece existir una mayor volatilidad asociada a los fondos de menor y mayor tamaño relativo (sobre todo cuando se define al retorno del sistema como el promedio ponderado de las rentabilidades de los fondos individuales) a pesar que la relación en niveles no es tan estrecha como aparece en el gráfico 2. De hecho, la “evidencia” encontrada en el gráfico 1 no parece ser muy robusta cuando se la analiza en términos de observaciones puntuales en lugar de momentos incondicionales.

**Gráfico 3**  
**Exceso de Retorno y Tamaño (Datos Mensuales)**

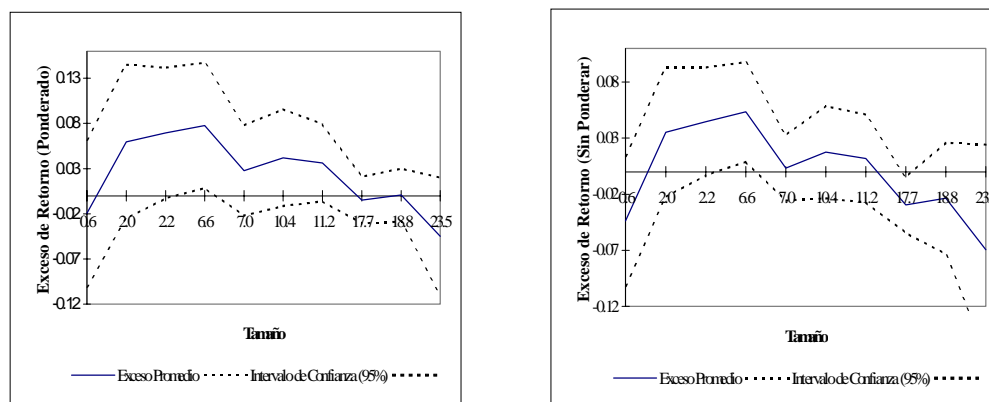


Walker (1993a, 1993b) encuentra que las diferencias en retornos no son estadísticamente significativas cuando se analiza la cartera en renta fija, en tanto que si existe diferencias en retorno a nivel de cartera accionaria. Concluye que estas diferencias se deben en parte a la

composición de cartera de los fondos y a los riesgos asumidos por los mismos. La evidencia estadística que presenta Walker se basa en 2 tipos de ejercicios. En el primero se utiliza un test conjunto de la nula  $H_0: r_i - r_s = 0 \quad \forall i$  donde  $r_i$  denota al retorno promedio del fondo  $i$  y  $r_s$  representa el retorno promedio del sistema. Una manera alternativa para evaluar esta nula es la de realizar un panel de efectos fijos de la forma  $r_{i,t} - r_{s,t} = \alpha_i + \varepsilon_{i,t}$  mediante mínimos cuadrados generalizados.

El gráfico 4 muestra los valores estimados de  $\alpha_i$  además de intervalos de confianza de 95% para los parámetros. Tal como se adelantara, las desviaciones estándar corresponden a aquellas compatibles con heteroscedasticidad. En todo caso, las desviaciones estándar no son muy diferentes si se las obtiene directamente por mínimos cuadrados ordinarios. Es decir, el valor estimado de estos parámetros coincide con el valor promedio de los excesos de retorno de cada fondo respecto al sistema por lo que este test es equivalente al de Walker. Nuevamente, y tal como el gráfico evidencia, se muestran los excesos de retorno computados con el promedio ponderado y simple como estimadores del retorno del sistema. Se observa que en ambos paneles se reproduce la curvatura entre retorno y tamaño encontrada en el gráfico 1 (la U invertida), que indica que los fondos de tamaño mediano tienen mayor rentabilidad que los pequeños y los grandes. Sin embargo, los resultados son muy débiles; solo existe un fondo con retornos estadísticamente mayores que en ambos paneles. En todo caso, la hipótesis nula que todos los excesos de retorno son cero es rechazada fuertemente en ambos casos (los  $p$ -values son 0.045 y 0.016 respectivamente).<sup>2</sup>

**Gráfico 4**  
**Exceso de Retorno y Tamaño**



¿Es esta evidencia en favor o en contra de la hipótesis de una relación entre rentabilidad y tamaño?. Para responder esta pregunta debemos en primera instancia comprender que todos estos hechos resultados presentan simplemente “evidencia circunstancial” pues existen problemas asociados al empleo de dichos tests. En su versión fuerte, la hipótesis planteada

<sup>2</sup> Otra consideración que debe tomarse en cuenta es que el panel reporta resultados con las participaciones promedio de los fondos. Sin embargo, hubieron bastantes cambios en las participaciones de cada uno de ellos en el transcurso del período muestral. Por ello, es posible que el mostrar los tamaños promedio produzca resultados poco robustos. En la sección 3 se trata este problema con mayor atención.

anteriormente debiera arrojar errores ortogonales al set de información (innovaciones). En particular, no debiera haber información relevante que sea capaz de explicar el comportamiento de dicho residuo. Obviamente (tal como lo anota Walker) este no es el caso, pues existe evidencia de autocorrelación en varios casos. Más aún, todos los residuos provenientes del panel muestran la presencia de un componente ARCH en la varianza de los residuos. Por ello, inferencia basada en estos tests no es confiable pues los intervalos de confianza no son los correctos (aún después de aplicar mínimos cuadrados ponderados).

Cabe entonces preguntarse si es que estos residuos pueden o no tener un componente sistemático predecible por alguna variable asociada a la escala del fondo. En particular, dado que la volatilidad de los residuos obtenidos con la estimación reportada en el gráfico 4 puede predecirse cuando se incluyen tamaño y un componente ARCH, lo que sugiere que debiera ser posible encontrar un modelo más completo que entregue más luz al respecto.

Existen tres posibilidades que deben ser analizadas. La primera se refiere a que no exista vínculo alguno entre tamaño y desempeño financiero (ver gráfico 4). La segunda es que exista una relación lineal decreciente entre tamaño y rentabilidad. Finalmente, es posible que exista una relación no lineal entre desempeño y tamaño (ver gráfico 1). Todas estas hipótesis deben ser cuidadosamente evaluadas a la luz de la evidencia empírica, teniendo en cuenta que para arribar a alguna conclusión entre las mismas debe incorporarse de manera explícita alguna medida del tamaño o escala de los fondos.

En este trabajo se realiza un análisis estadístico cuidadoso de las variables que determinan la elección de cartera por parte de los fondos de pensiones y se describen los determinantes de la rentabilidad y volatilidad de los mismos considerando explícitamente diversas medidas de escala. La sección 2 presenta un modelo teórico simple que motiva porqué puede ser importante el tamaño en la determinación del nivel y la volatilidad de los retornos de los fondos. Se describe brevemente un modelo de selección de cartera que muestra cuando es posible que la escala afecte las decisiones de inversión por parte de los fondos y de este modo también afectar su retorno. La sección 3 entrega los resultados de las estimaciones econométricas basadas en la motivación presentada en la sección anterior. Finalmente, la sección 4 presenta las principales conclusiones.

## 2. Un Modelo Simple

Esta sección desarrolla un modelo dinámico de selección de cartera por parte de los fondos de pensiones considerando algunas de las características institucionales más importantes que rigen al sistema. Con esto se pretende motivar el modelo econométrico que se desarrolla en la sección 3 y se adelantan algunas hipótesis acerca de las propiedades estadísticas de la elección de cartera por parte de las AFPs, poniendo especial énfasis en la relación que esta elección pueda tener sobre tamaño.

Se supone que cada AFP está interesada en maximizar:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(W_t) \quad (1)$$

donde  $U(\cdot)$  es una función de utilidad que se asume estrictamente creciente, diferenciable y cóncava,  $W_t$  denota el total de activos del fondo al inicio del período  $t$ ,  $E_t$  es la esperanza condicional en la información disponible en el periodo  $t$  y  $\beta$  es el factor de descuento.

La maximización de (1) se hace sujeta a las siguientes restricciones:

$$W_t = W_{t-1}r_t + A_t \quad (2)$$

$$r_t = \alpha_{t-1}v_t + (1 - \alpha_{t-1})f_t \quad (3)$$

$$A_t = A(r_{t-1} - \bar{r}_{t-1}, s_t) \quad (4)$$

$$\alpha_t \leq \kappa_t \quad (5)$$

$$\alpha_t W_t \leq \eta_t \quad (6)$$

$$v_t = v(s_t) \quad (7)$$

La ecuación (2) muestra que el total de activos de un fondo al inicio del periodo  $t$  es igual al total de activos al inicio del período anterior multiplicado por el retorno bruto de la inversión de dichos activos, más los ingresos netos provenientes de otras fuentes (transferencias netas de los afiliados durante el periodo). A su vez, (3) muestra que el retorno bruto total del fondo es igual al retorno obtenido en la inversión en un activo de renta variable ( $v$ ) y el retorno obtenido por un instrumento de renta fija ( $f$ ) ponderados por la participación de cada uno de ellos en la cartera del fondo (por ello  $\alpha_t$  es la participación en la cartera del instrumento de renta variable). La ecuación (4) describe la ley de movimiento de los otros ingresos netos del fondo. Como una primera aproximación, se supone que estos son una función creciente de la diferencia entre el retorno del fondo y el sistema ( $\bar{r}$ ) y de otras variables de estado denotadas por  $s$ . La ecuación (5) aproxima las restricciones legales relativas que los fondos tienen para invertir en activos de renta variable, la variable  $\kappa_t$  corresponde entonces a dicho límite. Se la llama restricción relativa en el sentido que esta no está directamente ligada a la escala (tamaño) del fondo. La ecuación (6) muestra otra restricción que los fondos tienen en cuanto a la elección de su cartera. A diferencia de la restricción anterior este límite es proporcional al volumen de recursos invertidos en, por ejemplo, renta variable (restricción absoluta). Finalmente, la ecuación (7) presenta la ley de movimiento del retorno en renta variable.<sup>3</sup>

Los fondos escogen en cada momento la participación de su cartera en instrumentos de renta variable ( $\alpha$ ) para maximizar (1) sujeto a (2)-(7). La función de valor para dicho problema puede expresarse como:

---

<sup>3</sup> Dado que este no es modelo de equilibrio general, los retornos de los activos en renta fija y variable no se determinan dentro del sistema sino que son tomados paraméricamente por parte de las AFPs. Es posible, sin embargo, modelar esta ley de movimiento considerando que los fondos pueden ejercer algún tipo de influencia en ellos. En la siguiente sección se discute brevemente cuán realista (desde un punto de vista empírico) es este supuesto.

$$V_t(W_t, r_t, \bar{r}_t, A_t, \kappa_t, \eta_t, s_t) = \sup_{\alpha_t} [U(W_t) + E_t \beta V_{t+1}(W_{t+1}, r_{t+1}, \bar{r}_{t+1}, A_{t+1}, \kappa_{t+1}, \eta_{t+1}, s_{t+1})] \quad (8)$$

sujeto a (2)-(7). Bajo ciertas condiciones, es posible demostrar que existe una solución única para  $\alpha$  y que ésta adopta la siguiente forma:<sup>4</sup>

$$\alpha_t = \max \left\{ 0, \min \left( \kappa_t, \frac{\eta_t}{W_t}, \alpha_t^* \right) \right\} \quad (9)$$

donde  $\alpha_t^*$  resuelve la ecuación no lineal:

$$E_t [U'(W_{t+1}(\alpha_t))(v_{t+1} - f_{t+1})(W_t + A'_{t+1})] = 0 \quad (10)$$

Se puede demostrar que bajo ciertas condiciones de regularidad (ver Anexo A) la proporción de la cartera invertida en instrumentos de renta variable guardará una relación:

- inversa con el retorno en renta fija,
- directa con el retorno en renta variable,
- inversa con restricciones a la inversión en renta variable (sean estas absolutas o relativas),
- directa con la diferencia entre el retorno del fondo y del sistema,
- no lineal respecto a la escala,
- debiera existir causalidad a la Granger de las carteras de fondos grandes a pequeños.

Este último resultado es de gran interés, puesto que indica que los fondos pequeños deben responder a las estrategias de los fondos grandes puesto que es la diferencial de retorno con el promedio del sistema lo que determina el aporte neto al fondo. Los resultados cualitativos del modelo antes expuesto pueden ser resumidos entonces de la siguiente manera:

$$\alpha_t = a \left( \underset{-}{f_t}, \underset{+}{v_t}, \underset{+}{r_t} - \bar{r}, \underset{-}{(r_t - \bar{r}_t)} w_t, \underset{+}{\kappa_t}, \underset{+}{W_t}, \underset{-}{W_t^2} \right) \quad (11)$$

donde en este caso  $w$  denota el tamaño relativo del fondo en el sistema.

La sección 3 desarrolla un modelo econométrico que aproxima (linealmente) la función descrita en (11) y compara los resultados cualitativos descritos previamente con aquellos provenientes de los datos.

### 3. Los Modelos Econométricos

En esta sección se presentan diversos ejercicios econométricos para describir los determinantes de la elección de cartera de los fondos de pensiones y su impacto sobre el desempeño y volatilidad de diversos instrumentos. A diferencia de los ejercicios presentados en la sección 1 (en la que se evalúan los momentos incondicionales de las series) en esta sección se desarrollan modelos de panel en los que se presta especial importancia a las propiedades estadísticas de los residuos que se obtienen de ellos.

<sup>4</sup> Referirse al Anexo A para una demostración de este resultado.



Asimismo, a diferencia de los ejercicios de Walker, aquí se investiga con formas funcionales flexibles si es que existe algún componente sistemático asociado al tamaño que pueda servir para explicar las elecciones de cartera (y por ende de retornos y volatilidades) que tienen los fondos.

Partiendo por la motivación teórica desarrollada en la sección anterior, en primer lugar se estudian los determinantes de la elección de cartera, para luego pasar a evaluar los factores que determinan la rentabilidad y volatilidad de la misma.

### 3.1. Determinantes de la Elección de Cartera

El modelo teórico descrito en la sección 2 sirve para motivar los resultados que se presentan a continuación. La estrategia de modelación es como sigue. Dado que los resultados obtenidos con tests simples a los momentos incondicionales presentan importantes problemas econométricos, se optó por modelar la elección de la cartera por parte de los fondos de pensiones en base a modelos de panel que sean capaces de brindar representaciones parsimoniosas de los datos y posean errores bien comportados. Los modelos de panel que se utilizan generalmente imponen restricciones *a-priori* en cuanto a formas funcionales y relación entre parámetros e individuos. En este documento se utilizan formas funcionales generales, que luego de reducciones y reparametrizaciones validadas estadísticamente conducen a representaciones más compactas de los datos.<sup>5</sup>

La ecuación (9) de la sección 2 muestra algunas de las variables más importantes en la determinación de la selección de cartera por parte de los fondos. Si realizamos una aproximación de primer orden a dicha ecuación obtenemos:

$$\alpha_{i,t} = a_{i,0} + a_{i,1}f_{i,t} + a_{i,2}v_{i,t} + a_{i,3}(r_{i,t} - \bar{r}_t) + a_{i,4}(r_{i,t} - \bar{r}_t)w_{i,t} + a_{i,5}K_{i,t} + a_{i,6}W_{i,t} + a_{i,7}W_{i,t}^2 + \sum_{j=8}^K a_{i,j}x_{i,t} + \varepsilon_{i,t} \quad (12)$$

donde  $x_i$  denota a otras variables que no están incluidas en la forma funcional (9), pero que pueden tener un efecto sobre la selección de cartera (otros estados en el modelo teórico). En presencia de costos de ajustes asociados a la modificación de cartera, valores rezagados de  $\alpha_i$  son buenos candidatos. Nótese que los tests realizados en la introducción corresponden a versiones anidadas en (12), en las cuales se impone la nula que todos los coeficientes (a excepción de los efectos fijos, i.e. las constantes) son cero. Las reducciones que se realizaron a (12) corresponden no sólo a la inclusión de otras variables de escala (como

---

<sup>5</sup> En el modelo teórico se asume que los fondos deben realizar decisiones de elección de cartera tomando en cuenta simplemente dos activos (uno de ellos libre de riesgo). En la práctica, los fondos deciden los cambios de posición dentro de una amplia gama de instrumentos a su alcance. Sin embargo, las decisiones de modificación de cartera son observacionalmente equivalentes a los de la selección de cartera en cada periodo. Si bien un ejercicio más exhaustivo pudiera considerar una desagregación mayor en los instrumentos que los fondos escogen, consideramos que esta aproximación es lo suficientemente robusta para los objetivos del documento, además de que, en la práctica, resulta difícil acceder a información desagregada de la composición de cartera y rentabilidad por instrumento de cada fondo.

tamaño en lugar del valor de los activos) sino que también a tests de hipótesis respecto al valor de los coeficientes. En particular, en cada paso se verificó si existe evidencia en favor de la nula  $H_0: \alpha_{i,n} = \alpha_n \forall i.$ , es decir, si los coeficientes asociados a cada variable pueden ser legítimamente considerados como comunes para cada fondo.

El ejercicio econométrico realizado considera que los retornos en renta fija y variable por parte de todos los fondos son iguales al PRBC y el retorno real mensual del IGPA respectivamente.<sup>6</sup> En cuanto a la diferencia de rentabilidades respecto al sistema se utilizó la rentabilidad ponderada como *proxy* de la rentabilidad del sistema (en todo caso los resultados son muy similares si se utiliza el promedio simple de rentabilidades en su lugar).<sup>7</sup> Una manera simple de aproximar las restricciones relativas a la elección de cartera por parte de los fondos es introducir una variable de tendencia ( $t$ ) que capture (en parte) el relajamiento de las mismas a lo largo del tiempo. Además de variables tales como el valor total real de los activos de cada fondo ( $W$ ) se incorporaron variables tales como el tamaño relativo de cada fondo (en nivel y al cuadrado) resultando este último no significativo. Otras variables incorporadas corresponden a la tasa de crecimiento real del sistema ( $g$ ) medida como la tasa de crecimiento del valor total de los activos del sistema y rezagos de la participación de renta variable en la cartera del fondo.

Luego de las reducciones antes mencionadas la representación final obtenida fue:

$$\alpha_{i,t} = a_0 + a_1 f_t + a_2 v_t + a_3 (r_{i,t} - \bar{r}_t) + a_4 (r_{i,t} - \bar{r}_t) w_{i,t} + a_5 t + a_6 W_{i,t} + a_7 W_{i,t}^2 + a_8 g_t + a_9 w_{i,t} + \sum_{j=10}^{11} a_{i,j} \alpha_{i,t+7-j} + \varepsilon_{i,t} \quad (13)$$

El cuadro 1 reporta los resultados de un modelo de panel estimado por mínimos cuadrados ponderados (los resultados con SUR fueron prácticamente idénticos) a (13). En el se observa que los coeficientes asociados a las variables son significativos y el modelo presenta una alta bondad de ajuste. Los signos son los “correctos” conforme a lo que se esperaba del modelo teórico.

<sup>6</sup> Se obtuvieron resultados prácticamente idénticos se utilizaban al IPSA o GLOBAL (Índice de la Bolsa Electrónica) en lugar del IGPA. En el modelo teórico se asume que los fondos adoptan sus elecciones de cartera al inicio de periodo cuando aún no se conoce la realización del retorno en renta variable. La función de política derivada en el modelo teórico indica que los fondos debieran tomar sus decisiones en función de sus expectativas de los retornos de cada uno de los instrumentos (que en el caso de renta fija son conocidos). Dada la alta autocorrelación de las series de retornos del IGPA o similares una primera aproximación es la de utilizar valores rezagados de la variable. Independientemente de aquello, y debido a la alta persistencia de la serie los resultados son robustos a la elección del periodo de inclusión de esta variable.

<sup>7</sup> Como en el caso de los retornos en cartera accionaria la inclusión de diferenciales de retorno de la cartera de los fondos debe tomar en consideración la periodicidad de los mismos. Sin embargo, tal como en el caso anterior los resultados son robustos a la elección de ésta como variable explicativa. Un punto bastante importante de tomar en cuenta es el hecho que la elección de cartera puede (desde un punto de vista teórico) afectar la rentabilidad teniendo por lo tanto un problema de simultaneidad que afecte el insesgamiento de los parámetros. Sin embargo desde un punto de vista práctico existe escasa evidencia de que la participación de cartera cause (en el sentido de Granger) a la rentabilidad del fondo.

En el cuadro se reportan únicamente los coeficientes comunes a todos los fondos quedando coeficientes autoregresivos idiosincráticos para cada fondo. Se observa que los resultados correspondientes a los coeficientes comunes, tal como se esperaba, muestran que un incremento en el retorno del PRBC o una disminución en el renta del IGPA conducen a reducir la cartera en renta variable de los fondos. A su vez, a medida que los fondos tienen una rentabilidad mayor que el sistema, tendrán incentivos a aumentar su cartera en renta variable. Este efecto es (marginamente) asimétrico, pues a medida que el tamaño del fondo aumenta disminuye la importancia de la diferencia entre el diferencial de retornos con el sistema. El relajamiento de las restricciones legales (relativas) es capturado en parte por el componente tendencial que nos dice que los fondos aumentaron la participación de instrumentos de renta variable en su cartera a medida que las restricciones se fueron flexibilizando. A su vez se encuentra la relación no lineal (aproximada cuadráticamente) entre el valor de la cartera del fondo y la participación de renta variable. Se muestra que los fondos aumentan su participación a medida que aumentan de tamaño pero que dado las restricciones esto llega a un tope después del cual su participación disminuye. Finalmente se encuentra que los fondos disminuyen su participación en cartera variable a medida que su tamaño relativo aumenta (nuevamente, este componente se atribuye fundamentalmente a restricciones). Los coeficientes de autocorrelación (no reportados) evidencian un importante patrón de autocorrelación en las series. La mayor parte de los fondos (a excepción de los dos más chicos) presentan procesos AR(1) en tanto que los 2 pequeños presentan procesos AR(2). Es interesante notar que los dos fondos más grandes y los dos más pequeños tienen coeficientes autoregresivos estadísticamente mayores que los demás fondos (superiores a 0.93) lo que muestra que existen mayores costos de ajuste de cartera asociados a la escala del fondo. Esto puede deberse a que estos fondos no pueden ajustar con rapidez sus carteras dado que afectan los precios de mercado.

**Cuadro 1**  
**Resultados de Panel (Mínimos Cuadrados Generalizados)**

<i>Parámetro</i>	<i>Coefficiente</i>	<i>Desviación Estándar</i>	<i>P-Value</i>
$a_0$	-33.08924	1.909180	0.0000
$a_1$	-2.043009	0.828133	0.0139
$a_2$	0.051345	0.007069	0.0000
$a_3$	0.895060	0.234647	0.0001
$a_4$	-0.023292	0.015684	0.1380
$a_5$	0.015876	0.004122	0.0001
$a_6$	2.23E-06	8.46E-07	0.0085
$a_7$	-1.63E-12	5.69E-13	0.0043
$a_8$	35.86340	1.802589	0.0000
$a_9$	-0.056660	0.021177	0.0076
$R^2 = 0.995$	EER = 1.253	SCR = 1019.779	DW = 2.069
F = 0.000			
<b>Notas:</b> Los resultados no incluyen los valores de los parámetros autoregresivos que son específicos a cada fondo. Todos los estadísticos corresponden a estadísticos ponderados. $R^2 = R^2$ corregido. EER = Error Estándar de la Regresión. SCR = Suma de Cuadrados de los Residuos. DW = Durbin-Watson. F = <i>P-Value</i> del test F.			

La bondad de ajuste del modelo descrito hizo sospechar a algunos comentaristas que los resultados del modelo de selección de cartera pudieran haber provenidos de correlaciones espúreas que no tienen relación con los fundamentos de un modelo de optimización y que provienen simplemente de una “ilusión” contable. El Anexo B demuestra que esta apreciación es fundamentalmente incorrecta.

Finalmente, tal como se adelantara en el Anexo A, se espera que las participaciones en carteras accionarias de los fondos menores sean causadas (en el sentido de Granger) por la de fondos mayores. La evidencia encontrada (reportada en el cuadro 2) muestra que esto es precisamente lo que ocurre. El fondo de menor tamaño es causado por todos los demás. El segundo fondo de menor tamaño es causado por todos los demás (a excepción del más pequeño) y el tercero es causado por todos a excepción de los dos primeros. La cadena se quiebra ahí, pues a partir del cuarto fondo no existe un patrón sistemático de causalidad. Esto puede deberse a que a pesar que la rentabilidad del sistema es computada como un promedio ponderado de las rentabilidades individuales, existen topes a las ponderaciones individuales a partir de cierto tamaño. Es decir, para los efectos de ser afectados por las desviaciones de la rentabilidad promedio del sistema, los fondos medianos son como los fondos grandes, puesto que se limita a un 14% el máximo de ponderación en el promedio respectivo.<sup>8</sup>

**Cuadro 2**  
**Causalidad a la Granger de la Participación de la Cartera en Renta Variable**

<i>Causa a</i>	<i>Fondo 1</i>	<i>Fondo 2</i>	<i>Fondo 3</i>	<i>Fondo 4</i>	<i>Fondo 5</i>	<i>Fondo 6</i>	<i>Fondo 7</i>	<i>Fondo 8</i>	<i>Fondo 9</i>	<i>Fondo 10</i>
<b>1</b>	--	N	N	N	N	N	N	N	N	N
<b>2</b>	S	--	N	N	N	N	S	N	S	S
<b>3</b>	S	S	--	N	N	S	N	N	S*	N
<b>4</b>	S	S	N	--	N	N	S*	N	N	N
<b>5</b>	S*	S	S	N	--	N	N	N	N	N
<b>6</b>	S	S*	S	N	N	--	S	N	N	S
<b>7</b>	S	S	S	N	N	N	--	S*	N	N
<b>8</b>	S	S	N	N	N	N	N	--	N	N
<b>9</b>	S	S	S	N	S*	N	S	S*	--	N
<b>10</b>	S	S*	S	N	N	N	S	N	N	--

**Notas:** Las causalidades se computan en base a rezagos óptimos elegidos por el criterio de Schwarz. N = Y no causa a X. S = Y causa a X con un nivel de significancia menor a igual a 5%. S\* = Y causa a X con un nivel de significancia entre 5% y 10%. El cuadro debe leerse como fila causando a columna. Por ejemplo tenemos que **3** no causa a **Fondo 4**.

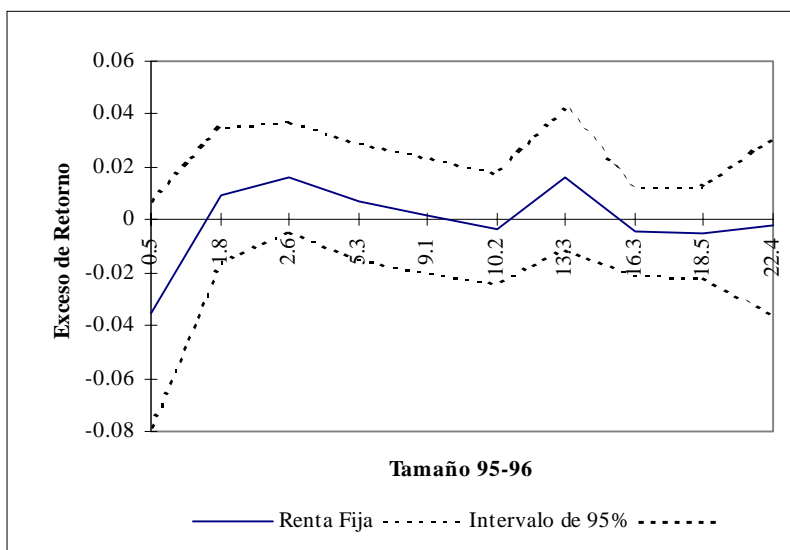
<sup>8</sup> Nuevamente, cabe recalcar que el ordenamiento de los fondos fue realizado atendiendo a las participaciones promedio de los fondos durante todo el periodo. El ordenamiento a partir del cuarto fondo cambia substancialmente si se considera el tamaño promedio en distintos subperiodos. De todos modos, los tres primeros fueron consistentemente los fondos de menor tamaño relativo durante todo el periodo, por lo que los resultados en el cuadro no son sensibles a dicho ordenamiento.

### 3.2. Determinantes de las Diferencias en Rentabilidades

Una vez que se demuestra que la elección de cartera tiene una relación (no trivial) con la escala de los fondos, se esperaría que estas diferencias se vean traducidas a las rentabilidades. Con la base de datos procedente de la Superintendencia de AFPs en la que se separan las rentabilidades fijas, variables y totales por fondo se realizan diversos tests para evaluar sus principales determinantes.<sup>9</sup>

Walker (1993a) encuentra que no existen diferencias estadísticamente significativas en las rentabilidades en la cartera de renta fija de los fondos una vez que se elimina una AFP. En base a datos mensuales (de 1991:01 a 1996:04) en este estudio se encuentra que tampoco existen diferencias estadísticamente significativas en los diferenciales de retorno en renta fija (ya sea en el caso que la rentabilidad del sistema sea construida como un promedio simple o ponderado de las rentabilidades individuales). Los resultados no dependen de la exclusión de ninguna AFP en particular. El gráfico 5 muestra estos resultados. Como se mencionó previamente, existió una importante movilidad en el tamaño relativo de los fondos durante el periodo de estudio, particularmente en el tramo de fondos de tamaño mediano. A diferencia de los resultados entregados en la sección 1, los gráficos proporcionados a continuación utilizan el tamaño promedio de los fondos en los últimos 2 años como *proxy* del tamaño relativo de los fondos.

**Gráfico 5**  
**Exceso de Retorno en Renta Fija y Tamaño**

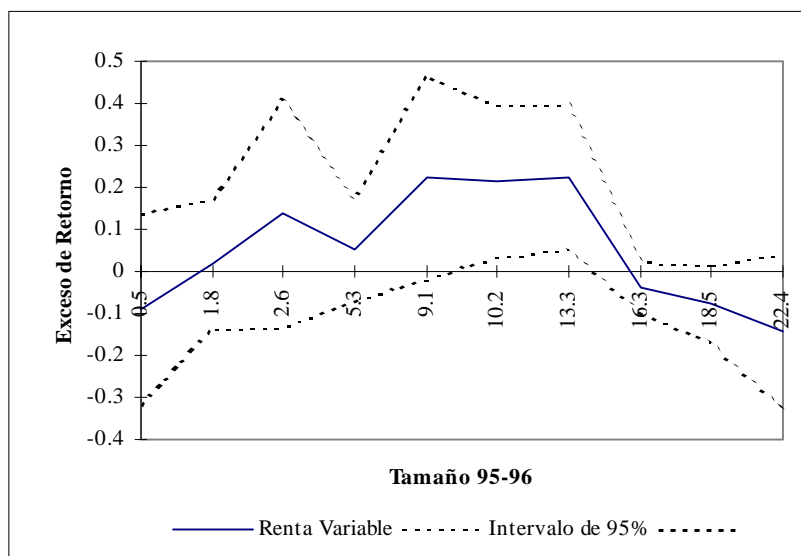


<sup>9</sup> El Anexo C describe la base de datos utilizada. Se agradece a la Superintendencia de AFP por facilitar esta información.

En este test no se detectó autocorrelación. A pesar de ello, resta por saber si es que existe información relevante, no incorporada en este panel simple, que sirva para explicar su comportamiento. En dicho caso, los residuos no serían innovaciones y podrían darse que variables de escala de los fondos puedan dar cuenta de los mismos. Diversos tests fueron realizados a los primeros dos momentos de dichos residuos para evaluar si es que la existía información relevante (en la escala) que no hubiese sido capturada. Se encuentra que tanto el nivel como la volatilidad de los residuos son ortogonales a variables de escala (tamaño relativo y absoluto). Esto corrobora lo que encontró Walker en el cartera de renta fija.

Cuando se realiza un ejercicio similar para el caso del retorno en renta variable los resultados son distintos (Gráfico 6). Al igual que Walker, este estudio también encuentra diferencias estadísticamente significativas entre el retorno de los fondos y el sistema. En todo caso, las diferencias no se dan para los fondos de menor y mayor tamaño, sino para los de tamaño “medio”. Tal como se adelantase, existieron importantes modificaciones en la participación de los fondos en el sistema particularmente en los últimos años en los fondos de tamaño medio. Por ello los resultados entregados en el gráfico 6 que se basan en los tamaños promedio de los fondos pueden “ocultar” diferencias sistemáticas asociadas a tamaño que no parecen evidentes a simple vista. Nuevamente entonces, se muestran los excesos de retorno en renta variable respecto al sistema y los tamaños promedio de los fondos en los últimos dos años.

**Gráfico 6**  
**Exceso de Retorno en Renta Variable y Tamaño**

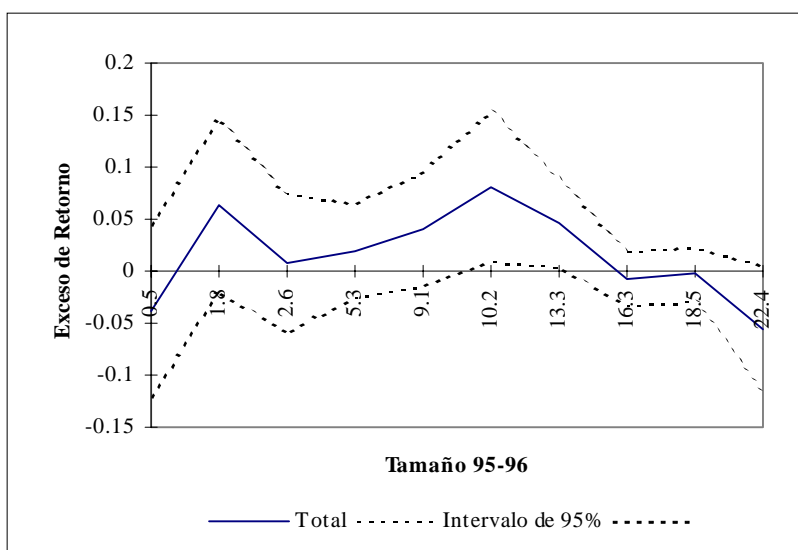


Como se observa, aquí sí existen diferencias estadísticamente significativas en los diferenciales de retorno para cuando menos dos fondos (esto es, a niveles de significancia mayores como al 10% se observan tres fondos con retornos superiores). Walker (1993b) también encuentra diferencias en retornos en la cartera accionaria, pero no realiza un test explícito para evaluar si las diferencias se deben a tamaño. En su estudio, Walker (1993b)

también indica que los fondos relativamente menores tienen una mayor proporción de su cartera en renta variable. Sin embargo, la sección 3.1 muestra que esta participación no es una función lineal y decreciente, sino que guarda una relación no lineal con la escala. Tal como en el ejercicio anterior, se analiza si es que los residuos provenientes de este panel de efectos fijos pueden o no ser explicados por variables de escala. A diferencia del caso de retornos en renta fija, sí existe evidencia de que el nivel y volatilidad de los residuos son afectados por variables de escala.

Dado que se encuentran diferencias significativas en el retorno en renta variable y no en renta fija, y como se muestra en el punto 3.1 que las participaciones accionarias de los fondos dependen (de una manera no trivial) de la escala, es importante evaluar si estos diferenciales son robustos cuando se analiza la rentabilidad total en lugar de la rentabilidad en rentas fija y variable. El gráfico 7 muestra los resultados de la estimación del exceso de retorno total (respecto al sistema) provenientes de un modelo de panel de efectos fijos. Como era de esperarse, los resultados son muy similares a los del gráfico anterior. Esto debido a que a pesar que una mayor proporción de la cartera de los fondos se destina a renta fija (donde no existen diferencias sistemáticas en rentabilidad), este efecto no hace una diferencia importante y los resultados siguen siendo consistentes con la existencia de algunos fondos de excesos de retorno positivo. Como era de esperarse, los residuos del modelo de panel de exceso de retorno en rentabilidad total (tanto en niveles como en sus segundos momentos) también están asociados a la escala.

**Gráfico 7**  
**Exceso de Retorno en Rentabilidad Total y Tamaño**



Una práctica común es la de utilizar modelos del tipo CAPM para evaluar si los diferenciales en retorno se deben al riesgo asumido por los fondos. Esto es, se utilizan regresiones de series de tiempo para cada fondo en las que se utiliza como variable dependiente al exceso de retorno del fondo respecto a un activo libre de riesgo

(operacionalmente se utiliza al PRBC o similar) y se estiman los  $\beta$ s asociados a regresiones del tipo:

$$v_{i,t} - f_t = a_i + \beta_i(v_t - f_t) + \varepsilon_{i,t} \quad (14)$$

donde en este caso  $v_i$  es el retorno en la cartera del fondo  $i$ ,  $f$  es el retorno en el activo libre de riesgo y  $v$  es el retorno de la cartera de mercado.<sup>10</sup> En la práctica, se utiliza como *proxy* de éste último a índices como el IGPA o IPSA. Una vez obtenidos estos valores se corre una regresión entre los excesos de retorno promedio y los valores de  $\beta$ . Walker (1993b) utiliza los retornos de la cartera accionaria de cada fondo para obtener los valores de  $\beta$ . Este estudio realiza tests distintos, no sólo con los retornos en renta variable de cada fondo, sino también con la rentabilidad total de los mismos. Esto en el entendido que desde el punto de vista de los afiliados la cartera relevante sobre la que basan su decisión de escoger una AFP sobre otra se basa en la rentabilidad total y no sólo en la obtenida en renta variable. En otras palabras, la cartera de renta fija de los fondos no se transa en el mercado, por lo que no es obvia la condición de forzarla a estar sobre la línea de mercado. El cuadro 3 describe los resultados de estimaciones obtenidas para el caso en el que consideramos los retornos en renta variable de cada fondo y al IPSA como la cartera de mercado.<sup>11</sup>

---

<sup>10</sup> Ver Jagannathan y Wang (1993) o Jagannathan y McGrattan (1995).

<sup>11</sup> Los resultados son similares si consideramos al IGPA como la cartera de mercado (ver gráfico 8).



**Cuadro 3**  
**Resultados de Panel (Mínimos Cuadrados Generalizados)**

<i>Parámetro</i>	<i>Coefficiente</i>	<i>Desviación Estándar</i>	<i>P-Value</i>	
$a_1$	0.656	0.578	0.257	
$a_2$	0.828	0.584	0.157	
$a_3$	0.867	0.610	0.155	
$a_4$	0.982	0.585	0.094	
$a_5$	0.839	0.592	0.157	
$a_6$	0.978	0.632	0.122	
$a_7$	1.016	0.592	0.087	
$a_8$	0.778	0.568	0.172	
$a_9$	0.771	0.554	0.165	
$a_{10}$	0.751	0.535	0.161	
$\beta_1$	0.872	0.073	0.000	
$\beta_2$	0.832	0.074	0.000	
$\beta_3$	0.880	0.077	0.000	
$\beta_4$	0.859	0.074	0.000	
$\beta_5$	0.845	0.075	0.000	
$\beta_6$	0.866	0.080	0.000	
$\beta_7$	0.843	0.075	0.000	
$\beta_8$	0.829	0.072	0.000	
$\beta_9$	0.811	0.070	0.000	
$\beta_{10}$	0.779	0.067	0.000	
$R^2 = 0.678$	EER = 4.568	SCR = 12939.82	DW = 2.133	F = 0.000

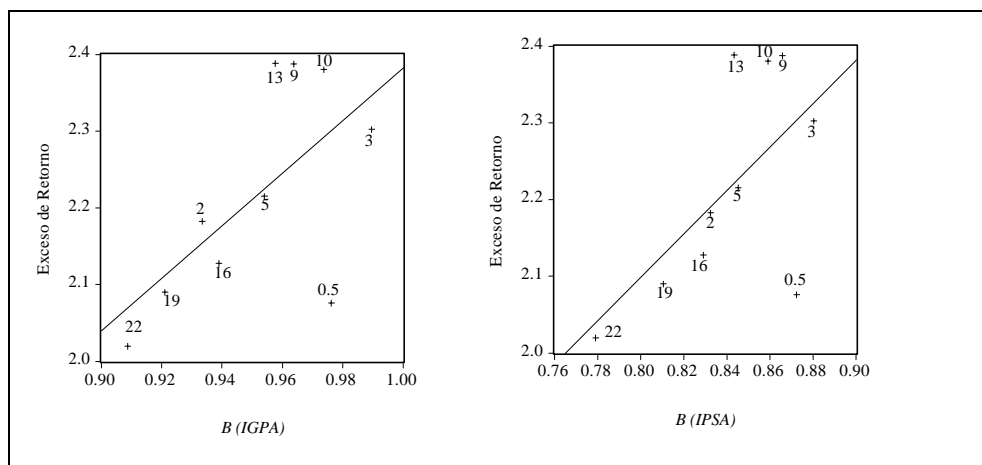
**Notas:** Todos los estadísticos corresponden a estadísticos ponderados.  $R^2 = R^2$  corregido. EER = Error Estándar de la Regresión. SCR = Suma de Cuadrados de los Residuos. DW = Durbin-Watson. F = *P-Value* del test F.

Como se observa, los valores asociados a la  $\alpha$  de Jensen no son estadísticamente significativos en tanto que los valores asociados a los  $\beta$  sí lo son. Comúnmente (en un mundo de medias y varianzas) se asocian estos coeficientes a cuán riesgosa es una cartera respecto a la cartera de mercado, por lo que valores menores de estos coeficientes implicarían riesgos menores. A continuación se reportan los resultados de regresiones de mínimos cuadrados ordinarios entre el exceso de retorno promedio de cada fondo y los  $\beta$  asociados a las regresiones de panel. Es de esperar que la pendiente asociada a dicha regresión tenga signo positivo, pues en un mundo de medias y varianzas un mayor retorno promedio implica un mayor nivel de riesgo asumido. El primer panel del gráfico muestra los resultados cuando se considera al IGPA como la cartera de mercado y el segundo corresponde a resultados cuando el IPSA cumple dicho rol. A su vez, asociado a cada punto incorporamos los tamaños relativos promedio de los fondos en los últimos dos años. Como se observa, los resultados son cualitativamente similares utilizando ya sea al IGPA o al IPSA a pesar que los  $\beta$  asociados al IPSA son inferiores. Del gráfico se desprende que existen diferencias cualitativamente importantes aún después de realizar esta corrección por

riesgo. En particular, tal como el modelo de selección de cartera predice, los fondos grandes presentan menor rentabilidad que las pequeñas, pero esto debe relativizarse pues los fondos pequeños también presentan mayores niveles de riesgo.

Este resultado se extrae del modelo que predice una mayor participación de en renta variable por parte de fondos pequeños. También se observa que el fondo de menor participación presenta una rentabilidad muy inferior para el riesgo “asumido” (está muy por abajo de la línea). Esto puede deberse a que a pesar de tener una mayor cartera en renta variable que los fondos grandes, esta también incurre un ineficiencias al tener que “seguir” las posturas de los demás fondos. Lo que es aún más notable es que los fondos de tamaño “mediano” presentan retornos bastante superiores a los “riesgos asumidos”. Nuevamente, esto se debe a que además de tener una participación mayor de su cartera accionaria que los fondos grandes no tienen el problema de escala que ellos poseen. Tampoco tienen el problema de tener que seguir a los fondos grandes (como lo hacen las pequeñas) pues su peso en la rentabilidad total del sistema es muy parecido al de las grandes.

**Gráfico 8**  
**Exceso de Retorno en Renta Variable (respecto al PRBC) y  $\beta$**



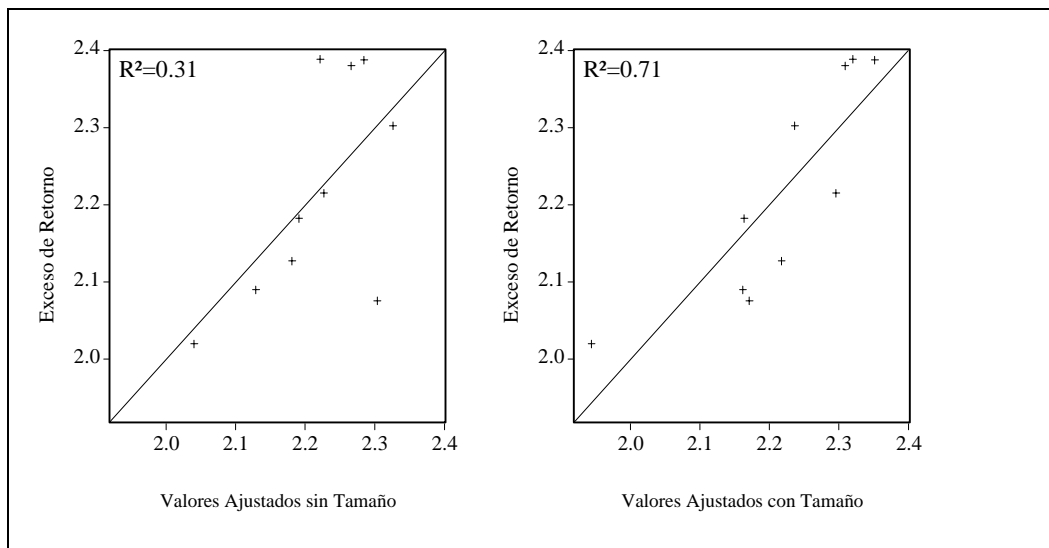
Por ello, lo que a primera vista pareciera ser una confirmación de la hipótesis de que los diferenciales de retorno se deben exclusivamente a mayores riesgos asumidos por los fondos, queda relativizada por los efectos que el tamaño parece tener. Queda entonces la pregunta de si estos resultados son robustos a la inclusión del tamaño del fondo en una regresión de este tipo, o lo que es lo mismo, ¿las diferencias se deben exclusivamente a riesgo o existen también factores de escala asociados a éstas?. Dados los resultados encontrados en el panel de selección de cartera se esperaría que la escala tuviera algún efecto. El cuadro 4 y el gráfico 9 corroboran esta intuición.

**Cuadro 4**  
**Exceso de Retorno (Mínimos Cuadrados Ordinarios)**

<i>Parámetro</i>	<i>Coficiente</i>	<i>Desviación Estándar</i>	<i>P-Value</i>
<i>Constante</i>	0.9365	1.3383	0.5107
$\beta$	1.3889	1.6004	0.4188
$w$	0.0393	0.0135	0.0189
$w^2$	-0.0018	0.0006	0.0080
$R^2 = 0.715$	EER = 0.091	SCR = 0.050	F = 0.044

**Notas:**  $R^2 = R^2$  corregido. EER = Error Estándar de la Regresión. SCR = Suma de Cuadrados de los Residuos.  
F = *P-Value* del test F.

**Gráfico 9**  
**Exceso de Retorno en Renta Variable (respecto al PRBC),  $\beta$  y Tamaño**

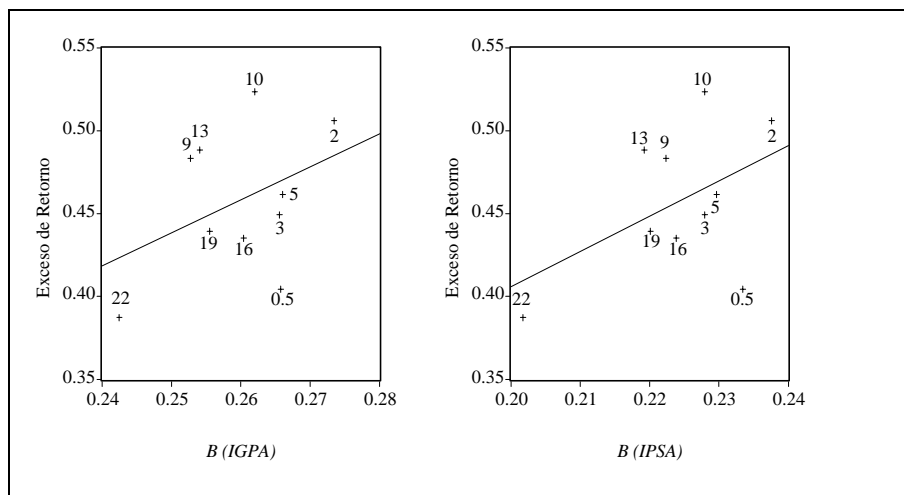


Como se aprecia, una vez que el tamaño relativo es introducido en la ecuación, el parámetro asociado a  $\beta$  deja de ser estadísticamente significativo y es el tamaño (en su forma no lineal) el que explica el exceso de retorno. Tal como se motivase en la sección previa, el tamaño (absoluto y relativo) es un determinante importante de la selección de cartera por parte de los fondos. Por ello, era de esperar que esto se viese traducido a los diferenciales promedio de retorno en cartera accionaria. Nótese finalmente que los *outliers* del primer panel del gráfico 9 correspondientes a los fondos medianos y el correspondiente al fondo más pequeño son eliminados en el segundo panel.

Estos resultados son robustos a la utilización de la rentabilidad total en lugar de la rentabilidad en la cartera accionaria. El gráfico 10 muestra que efectivamente esto ocurre, pues los *outliers* corresponden a fondos de tamaño “mediano” y al fondo más pequeño.

Nuevamente, los coeficientes  $\beta$  se hacen no significativos, una vez que se controla el exceso de retorno por el tamaño relativo de los fondos (resultados no reportados). Nótese finalmente que dado que la cartera total de los fondos tiene un importante componente de renta fija, los coeficientes  $\beta$  son bastante inferiores a los obtenidos con renta variable, pues estas carteras son menos “riesgosas” que aquellas exclusivamente destinadas a renta variable.

**Gráfico 10**  
**Exceso de Retorno Total (respecto al PRBC)**



#### 4. Conclusiones

Este estudio revisa la hipótesis que asocia la rentabilidad de los fondos de pensiones y su tamaño. Se utiliza un modelo simple de selección de cartera para racionalizar la hipótesis de que los fondos de tamaño grande enfrentan con mayor limitación las restricciones legales de cartera y se ven perjudicados por una poca liquidez del mercado. Por otra parte, los fondos pequeños enfrentan un problema adicional al tener que seguir las estrategias de inversión de los fondos más grandes con el fin de evitar verse expuestos a desviaciones de la rentabilidad promedio que afectarían seriamente sus patrimonios. Por ello, es posible plantear la hipótesis de que los fondos tengan una rentabilidad relacionada en forma de “campana” con el tamaño del fondo: los fondos medianos podrían tener una rentabilidad ajustada por riesgo superior a los fondos pequeños y grandes.

Iniciando esta línea de investigación, Walker (1993a, b) concluye que la aparente asociación entre tamaño y rentabilidad se debe en parte a un mayor riesgo de cartera tomado por los fondos más pequeños en su muestra aunque encuentra que aún así persisten diferencias entre fondos grandes y pequeños. Al analizar esta relación con el uso de 2 categorías de fondos, grandes y pequeños, no puede identificar la hipótesis de “campana” planteada aquí.

En este estudio se ha estimado un modelo de panel de selección de cartera donde se han utilizado series de rentabilidades mensuales y carteras entre 1990 y 1996. Se observa que la selección de cartera está satisfactoriamente capturada por una ecuación econométrica, con alta bondad de ajuste y errores bien comportados donde el tamaño surge del modelo teórico como una variable de determinación de la selección de cartera y teniendo una alta importancia en la estimación empírica.

Un segundo resultado de gran interés es el hecho de que la selección de cartera de los fondos pequeños son causados (en el sentido de Granger) por los fondos grandes. Esta es una clara evidencia en favor de la hipótesis de que los fondos pequeños deben seguir las estrategias de inversión de los fondos grandes, por lo que enfrentan un problema adicional en su selección de cartera.

Una vez modelada la selección de cartera por parte de los fondos de pensiones, donde de acuerdo al modelo teórico el tamaño explica la selección de cartera, el trabajo explora la hipótesis de si es el riesgo o el tamaño la variable explicativa de la mayor rentabilidad.

Siguiendo a Walker (1993b) se utiliza un modelo tipo CAPM y un set de datos con rentabilidades de la cartera de renta variable. Se observa que los fondos de mayor rentabilidad también tienen en general un riesgo ( $\beta$ ) mayor (cuadro 3). Ello se verifica ajustando una línea recta entre el exceso de retorno y el  $\beta$  del fondo respectivo (gráfico 8) la que tiene una pendiente positiva. El modelo CAPM dice que el precio de los activos debe ajustarse a un nivel tal que el exceso de retorno ajustado por riesgo se equipare, o en otras palabras, que los excesos de retorno esperados deben ajustarse sobre la línea recta de mercado. Para un período en particular, los retornos efectivos y los promedios de una muestra pueden diferir; sin embargo, las desviaciones de la línea recta no deben estar correlacionadas con una variable observable en un mercado eficiente.

Un primer test que intenta dilucidar si es el riesgo o el tamaño el que explica las diferenciales de rentabilidad es incluir la variable tamaño en la regresión CAPM. El resultado es que los  $\beta$  dejan de ser la variable explicativa (se hacen no significativos) y es precisamente el tamaño en forma cuadrática el que explica las diferenciales de rentabilidad o los excesos de retorno.

¿Es el anterior un test adecuado para nuestro propósito?. Por ningún motivo. El test anterior en realidad es un test que demuestra que el modelo CAPM no es el adecuado para concluir que es el riesgo (medido por dicho modelo) el que explica los excesos de retorno. En realidad el tamaño en forma cuadrática es una variable con mucho mayor poder para explicar los excesos de retorno. A su vez, este test cuestiona la conclusión de Walker (1993b) al atribuir una relación lineal a la diferencial de retornos y el tamaño (luego de ajustar por riesgo).

Existe una muy buena razón para invalidar el modelo CAPM como un modelo adecuado para evaluar los excesos de retorno de los fondos de pensiones. Para que el modelo sea adecuado, las cuotas de los fondos de pensiones deben transarse en un mercado eficiente, con múltiples

agentes incorporando toda la información relevante. En el caso de los fondos de pensiones las cuotas no se transan en el mercado. La única fuerza de arbitraje es el movimiento de los afiliados de una AFP a otra sobre la base de elegir una combinación eficiente riesgo-retorno, forzando a las gerencias de inversiones de las AFP a ofrecer una combinación sobre la “línea recta de mercado”. Un mínimo conocimiento del mercado de AFP descarta esta opción, ya que es unánime entre observadores del sistema que ese no es el caso.

Una forma alternativa de interpretar los resultados es la siguiente. El poder que tiene el tamaño para explicar los excesos de retorno es un indicio de que la regulación efectivamente genera ineficiencias en la selección de la combinación riesgo-retorno por parte de algunos fondos. Condicional a que el  $\beta$  efectivamente ordena la clase de riesgo que representa un fondo en particular, la línea recta estimada en el gráfico 8 para la cartera de renta variable (o el gráfico 10 para la cartera total) es en realidad una línea que separa a quienes tienen un retorno ajustado por riesgo más alto (los que están arriba de la línea) versus los que tienen un retorno ajustado por riesgo bajo (los fondos que están bajo la línea recta).

Es notable destacar que son precisamente los fondos medianos los que se encuentran más alejados por arriba de la línea recta. En tanto, los fondos pequeños y grandes se encuentran en la cercanía o debajo de la línea recta.

## Referencias

- Altug, S. y P. Labadie. (1994). *Dynamic Choice and Asset Markets*. Academic Press.
- Chopra, N., J. Lakonishock y J. Ritter. (1992). "Measuring Abnormal Performance: Do Stocks Overreact?". *Journal of Financial Economics*.
- Davidson, R. y J. MacKinnon. (1993). *Estimation and Inference in Econometrics*. Oxford University Press.
- Ferson, W. Y R. Schadt. (1996). "Measuring Fund Strategy and Performance in Changing Economic Conditions". *The Journal of Finance*.
- Hendricks, D., J. Patel y R. Zeckhauser. (1990). "Hot Hands in Mutual Funds: The Persistence of Performance, 1974-87". Working Paper Series. National Bureau of Economic Research.
- Hsiao, C. (1992). *Analysis of Panel Data*. Cambridge University Press.
- Huang, C. y R. Litzenberger. (1988). *Foundations for Financial Economics*. Prentice Hall.
- Jaganathan, R y Z. Wang. (1993). "The CAPM is Alive and Well". Staff Report. Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- y E. McGrattan. (1995). "The CAPM Debate". *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*.
- Kim, D. (1995). "The Errors in Variables Problem in the Cross-Section of Expected Stock Returns". *The Journal of Finance*.
- Lahiri, K. (1993). "Panel Data Models with Rational Expectations" en G. Maddala, C. Rao y H. Vinod (eds.) *Handbook of Statistics*. Volumen 11.
- Malliaris, A. y W. Brock. (1991). *Stochastic Methods in Economics and Finance*. North-Holland.
- Silverman, B. (1986). *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. Chapman & Hall.
- Stokey, N., R. Lucas y E. Prescott. (1989). *Recursive Methods in Economic Dynamics*. Harvard University Press.
- Walker, E. (1993a). "Desempeño Financiero de las Carteras de 'Renta Fija' de los Fondos de Pensiones en Chile. ¿Ha Tenido Desventajas ser Grandes?". *Cuadernos de Economía*.

----- (1993b). “Desempeño Financiero de las Carteras Accionarias de los Fondos de Pensiones en Chile. ¿Ha Tenido Desventajas ser Grandes?”. *Cuadernos de Economía*.



## Anexo A: Existencia y Unicidad de Equilibrio

Este Anexo describe brevemente la obtención de la ecuación (9) de la sección 2. Dado que en la práctica los activos utilizados por los fondos no son estacionarios, es necesario realizar una transformación adicional al modelo original para demostrar la existencia y unicidad del equilibrio. Para ello, asumamos que el volumen total de activos que manejan los fondos de pensiones ( $T$ ) sigue un proceso estocástico del siguiente tipo:

$$T_t = g(s_t)T_{t-1} \equiv g_t T_{t-1} \quad (\text{A.1})$$

donde  $g$  denota la tasa bruta de crecimiento de los activos que se asume dependiente del estado  $s$  en el período  $t$  que está contenido en un espacio compacto. Esta tasa es exógena para los fondos individuales. Asumimos que  $g$  es una función no negativa y continua en  $s$ . A su vez consideramos que la función de utilidad descrita en (1) es del tipo CRRA (Aversión Relativa al Riesgo Constante) con coeficiente de aversión relativa al riesgo de Arrow-Pratt igual a  $\gamma > 0$ . Esto es:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(W_t) = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{W_t^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} \quad (\text{A.2})$$

Considere ahora una representación equivalente de (A.2) que corresponde a:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(W_t) \propto E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{T_t^{1-\gamma} w_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad \text{donde } w_t = \frac{W_t}{T_t} \quad (\text{A.3})$$

En este caso  $w$  corresponde simplemente al tamaño relativo de cada fondo respecto al sistema. Note que por definición de  $T$ ,  $w$  está acotada entre 0 y 1. Utilizando (A.1) y realizando reemplazos sucesivos se obtiene:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(W_t) \propto \frac{T_0^{1-\gamma}}{1-\gamma} E_0 \left[ 1 + \sum_{t=0}^{\infty} w_t^{1-\gamma} \beta^t \prod_{i=1}^t g_i^{1-\gamma} \right] \quad (\text{A.4})$$

Para demostrar la existencia y unicidad del equilibrio requerimos que la función objetivo éste acotada. Dado que el valor de los activos crece en el tiempo debemos por ende mostrar que la expresión en corchetes en (A.4) es finita. Usando la ley de expectativas iteradas vemos que:

$$E_0 \left[ w_t^{1-\gamma} \beta^t \prod_{i=1}^t g_i^{1-\gamma} \right] = E_0 \left\{ \beta g_1^{1-\gamma} \cdot E_1(\beta g_2^{1-\gamma}) \dots E_{t-1}(\beta w_t^{1-\gamma} g_t^{1-\gamma}) \right\} \leq \delta^t \bar{w} \quad (\text{A.5})$$

donde

$$\delta = \sup_{s_{t-1} \in \mathcal{S}} E(\beta g_t^{1-\gamma} | s_{t-1}), \quad \bar{w} = \begin{cases} 1 & \text{si } \gamma > 1 \\ \varepsilon > 0 & \text{si } 0 < \gamma < 1 \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

si asumimos que  $\delta \bar{w} < 1$  entonces tendremos que el término en corchetes en (A.4) será finito. De este modelo, a pesar que la utilidad total descontada no es finita, la razón entre ésta y  $g_0^{1-\gamma}$  si lo es.

Por ello, para encontrar una solución única al problema planteado en la sección 2 basta con escalar la función objetivo del modo planteado en el párrafo anterior y modificar las restricciones presupuestarias para colocar el tamaño relativo de los fondos  $w$  en lugar del valor absoluto de sus activos  $W$ .

Bajo estas condiciones y aplicando el Teorema de la Contracción de Blackwell puede demostrarse la existencia de una solución única al problema (ver Altug y Labadie, 1994 o Stokey, et.al., 1989).

Finalmente, queda por demostrar que (9) corresponde efectivamente a la solución del problema en cuestión. Para ello note que la condición de primer orden del problema original puede plantearse como:

$$E_t \left[ U'(W_{t+1}(\alpha_t)) (v_{t+1} - f_{t+1})(W_t + A'_{t+1}) - \mu_{1,t} - \mu_{2,t} \right] = 0 \quad (\text{A.7})$$

donde  $\mu_1$  y  $\mu_2$  corresponden a los multiplicadores asociados a las restricciones (5) y (6) y

$$A'_{t+1} = \frac{\partial A_{t+1}}{\partial (r_{t+1} - \bar{r}_{t+1})} (1 - w_{t+1}) \quad (\text{A.8})$$

La expresión (A.8) se obtiene cuando se considera que los fondos internalizan el hecho que sus decisiones de cartera afectan no sólo su rentabilidad, sino también la del sistema (debido a que el retorno del sistema es calculado como un promedio ponderado de las rentabilidades individuales). Por ello, el primer término muestra el efecto que tendría sobre sus ingresos netos el incremento en el diferencial de rentabilidades respecto al sistema (que es razonable suponer que es positivo) y el segundo término muestra el impacto no sólo sobre su rentabilidad, sino también sobre la del sistema (por ello  $w$ , que es el tamaño relativo del fondo). Note por lo tanto que (A.8) es una función decreciente del tamaño. Esto quiere decir que el diferencial de rentabilidades respecto al sistema es mucho más importante para los fondos “chicos” que para los “grandes”.

Dado que los multiplicadores en (A.7) operan (son positivos) sólo cuando las restricciones se activan, (9) corresponde a la solución del problema planteado. Dado que la función de utilidad es estrictamente creciente, es fácil verificar que la proporción de la cartera en renta variable estará inversamente relacionada con el retorno en renta fija, positivamente relacionada con el retorno en renta fija y positivamente relacionada con el diferencial de retornos respecto al sistema. En todo caso, tal como se adelantase en el párrafo anterior, esta sensibilidad debiera ser decreciente con respecto al tamaño. A su vez, y debido a la manera en que entra  $W_t$  en la expresión anterior, sería de esperar que exista autocorrelación positiva en la elección de cartera.<sup>12</sup>

Finalmente, resta por considerar que relación debiera esperarse entre la elección de cartera y la escala o tamaño del fondo. Por lo expresado anteriormente encontramos en primera

<sup>12</sup> Esto se debe en gran parte a que existe alta persistencia en la evolución de las rentabilidades de los fondos. Una manera alternativa de motivar dicho resultado puede ser que existan costos de ajuste asociados a modificar la cartera de los fondos, con lo que se esperaría cierto grado de persistencia.

instancia que los fondos pueden tener una respuesta diferenciada respecto a variables tales como el diferencial de tasas dependiendo de su tamaño. Por otro lado sabemos que las restricciones absolutas podrían obligar a las fondos a optar por una cartera con una participación en renta variable inferior a la deseada cuando los límites operen. Por ello, la participación de la cartera de renta variable debe ser decreciente en el tamaño por lo menos a partir de cierto punto. Una restricción adicional que la legislación impone se refiere a la rentabilidad mínima del fondo (que está ligada con la rentabilidad del sistema). Existe un factor asimétrico que depende del tamaño en dicha restricción. Esto es, los fondos de menor tamaño tienen menor influencia en la rentabilidad del sistema. Ello tiene cuando menos dos implicaciones respecto al efecto del tamaño en la elección de cartera. La primera es que debiera esperarse que los fondos pequeños “sigan” a los grandes en la confección de su cartera.<sup>13</sup> La segunda es que a medida que aumente el tamaño, mayor será la influencia que un fondo ejerza sobre la rentabilidad del sistema y por ende menor será su probabilidad de incurrir en multas por concepto de rentabilidad mínima. Esto lleva a que los fondos elijan una mayor proporción de su cartera en renta variable. Como conclusión, se espera que la participación de la cartera en renta variable sea una función no lineal de la escala, donde esta participación aumenta con la misma hasta un punto en que operan las restricciones relativas desde donde la participación sería decreciente.

Una manera análoga de arribar a los resultados descritos en el párrafo anterior es la siguiente: Asumamos que las administradoras de fondos (AFPs) no están interesadas en maximizar la utilidad descontada del valor del fondo que administran, sino que su función objetivo es la maximización de la utilidad descontada de beneficios económicos de la administrada. Esto es:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(\pi_t) \quad (\text{A.9})$$

donde los beneficios ( $\pi$ ) vienen dados por:

$$\pi_t = \tau_t N_t - C_t - I_t \quad (\text{A.10})$$

donde  $N$  es el número de afiliados,  $\tau$  corresponde a la comisión que se cobra por afiliado,  $C$  representa a los costos de administración del fondo e  $I$  corresponde a la multa que una administradora debe pagar cuando no alcanza la “rentabilidad mínima necesaria”. Esta variable se define entonces como:

$$I_t = \begin{cases} \phi W_t & \text{si } r_t \leq \psi_t \bar{r}_t \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

que muestra que en caso de obtener una rentabilidad menor a (una proporción de) la rentabilidad del sistema, la administradora debe pagar una multa proporcional al valor del fondo. Obviamente, en caso de que esto no ocurra  $I$  será igual a cero.

Un supuesto razonable es que un determinante del número de afiliados  $N$  es el exceso de rentabilidad del fondo respecto al sistema y de algunas variables de escala (tales como el crecimiento del sistema, condiciones macro, etc.). Por ello, los ingresos totales que percibe

<sup>13</sup> En términos estadísticos, esto quiere decir que la elección de cartera de los fondos grandes cause (en el sentido de Granger) a la elección de cartera de los fondos pequeños.

la administradora serían muy similares al factor  $A$  del problema de maximización anterior. La maximización de (A.9) se realizaría entonces en base a las mismas restricciones que el problema de la sección 2, considerando siempre que la variable de control de la administradora es la participación de renta variable en la cartera. Por ello, las condiciones de primer orden resultan muy similares a las obtenidas anteriormente. Un punto interesante de notar es que nuevamente, las restricciones (relativas y absolutas) serán más importantes a medida que aumente la escala del fondo, por lo que administradoras con activos muy elevados tendrán una menor fracción de su cartera en renta variable que aquellos fondos que no cuenten con dicha restricción. Por otro lado (A.11) será más importante cuanto menor sea el fondo, dado que estos tendrán menor posibilidad de afectar la rentabilidad del sistema. Por ello, los fondos pequeños, además de tomar sus decisiones en cuanto a la composición de su cartera deberán “seguir” la conducta de las administradoras más grandes para minimizar la probabilidad de incurrir en multas por este concepto. Bajo el supuesto que las administradoras sean aversas al riesgo, mayor será el incentivo de los fondos pequeños a emular la conducta de los fondos grandes. Nuevamente, acá se observa que una implicancia empírica de este modelo es que debiera existir causalidad en las decisiones de composición de cartera desde los fondos grandes hacia los pequeños. Todos los demás resultados descritos previamente también se presentan bajo este enfoque.

Por ello, las implicaciones empíricas del modelo teórico no dependen de si se considera que las administradoras maximizan la utilidad descontada de sus propios beneficios o la utilidad descontado del valor del fondo que administran.

## Anexo B: La Bondad de Ajuste del Modelo de Selección de Cartera

Algunos comentaristas de versiones preliminares del documento adujeron que la alta bondad de ajuste del modelo de panel de selección de cartera así como las relaciones observadas entre la participación de renta variable en la cartera total y los retornos en instrumentos en renta fija y variable pueden haberse debido simplemente a una relación “contable” entre los retornos y la participación de la cartera. Su razonamiento partía del siguiente punto: supongamos que en un período cualquiera los fondos realizaron una decisión respecto a su composición de cartera y que no la modificaron nunca más. Así, el volumen de recursos en cada uno de los instrumentos dependerá simplemente de la decisión inicial adoptada y los retornos brutos reinvertidos en cada período.<sup>14</sup>

Asumiendo que  $A_t = 0 \quad \forall t$  en (2),<sup>15</sup> es fácil demostrar que:

$$\begin{aligned} V_t &= \alpha_0 W_0 \prod_{i=1}^t v_i \\ F_t &= (1 - \alpha_0) W_0 \prod_{i=1}^t f_i \\ \alpha_t &= \frac{V_t}{V_t + F_t} \end{aligned} \tag{B.1}$$

donde  $\alpha_0$  es la participación de la cartera inicial ( $W_0$ ) en instrumentos de renta variable; al igual que en (3)  $v$  y  $f$  denotan los retornos (brutos) en instrumentos de renta variable y renta fija,  $V_t$  es el volumen de recursos utilizados en instrumentos de renta variable y  $F_t$  es el volumen de recursos destinados a renta fija. Note que esta “estrategia” asume que el total de los retornos en cada instrumento son reinvertidos en esa misma forma de instrumentos. Los comentaristas adujeron que esta estrategia replicaría la correlación negativa (contemporánea) entre la participación de cartera en renta variable y el retorno en renta fija y una correlación positiva (contemporánea) entre la participación y el retorno en renta variable. Esto es trivialmente comprobable al tomar las derivadas parciales en (B.1).<sup>16</sup>

De ser cierto, este argumento debilitaría la motivación del modelo teórico y potencialmente los resultados econométricos al considerar como observacionalmente equivalentes una estrategia de optimización con una absolutamente pasiva. Por las fórmulas presentadas en (B.1) es claro que la relación econométrica entre las variables dependerá del proceso estocástico que siguen los retornos. Para evaluar la validez del argumento esgrimido se realizaron tres ejercicios de Monte Carlo con distintas especificaciones para los procesos que siguen los retornos. El primero de ellos asume que  $v$  y  $f$  son innovaciones independientes entre sí que replican los primeros dos momentos incondicionales del IGPA y del PRBC

<sup>14</sup> Un comentarista describió este evento como “todos de vacaciones”, en el sentido que luego de tomar una posición inicial de cartera los analistas se van de vacaciones y no modifican su cartera nunca más.

<sup>15</sup> Los resultados que se describen en el Anexo no cambian si asumimos que los otros aportes netos son no negativos.

<sup>16</sup> De hecho, un comentarista indicó que le extrañaba que el  $R^2$  no hubiese sido igual a 1 al estar potencialmente lidiando con identidades contables.

respectivamente. Este es obviamente un supuesto poco realista acerca de las leyes de movimiento de estas variables por lo que el segundo experimento asume que los retornos siguen procesos AR(1) independientes entre sí. Los coeficientes son nuevamente elegidos de modo tal que los primeros dos momentos incondicionales de las series coincidan. Finalmente, el tercer experimento permite la interacción entre estas variables modelándolas como un VAR(1), nuevamente los coeficientes del VAR son estimados para calzar los primeros dos momentos de las series.<sup>17</sup>

Se generaron 1000 muestras, cada una de tamaño 150, con pseudo realizaciones de retornos en renta fija y variable, para luego computar con **(B.1)** las participaciones en renta variable. Finalmente, para cada muestra se estimaron los tests  $t$  asociados a los coeficientes de  $f$  y  $v$  en una regresión simple respecto a  $\alpha$  y los  $R^2$  corregidos de dichas regresiones.

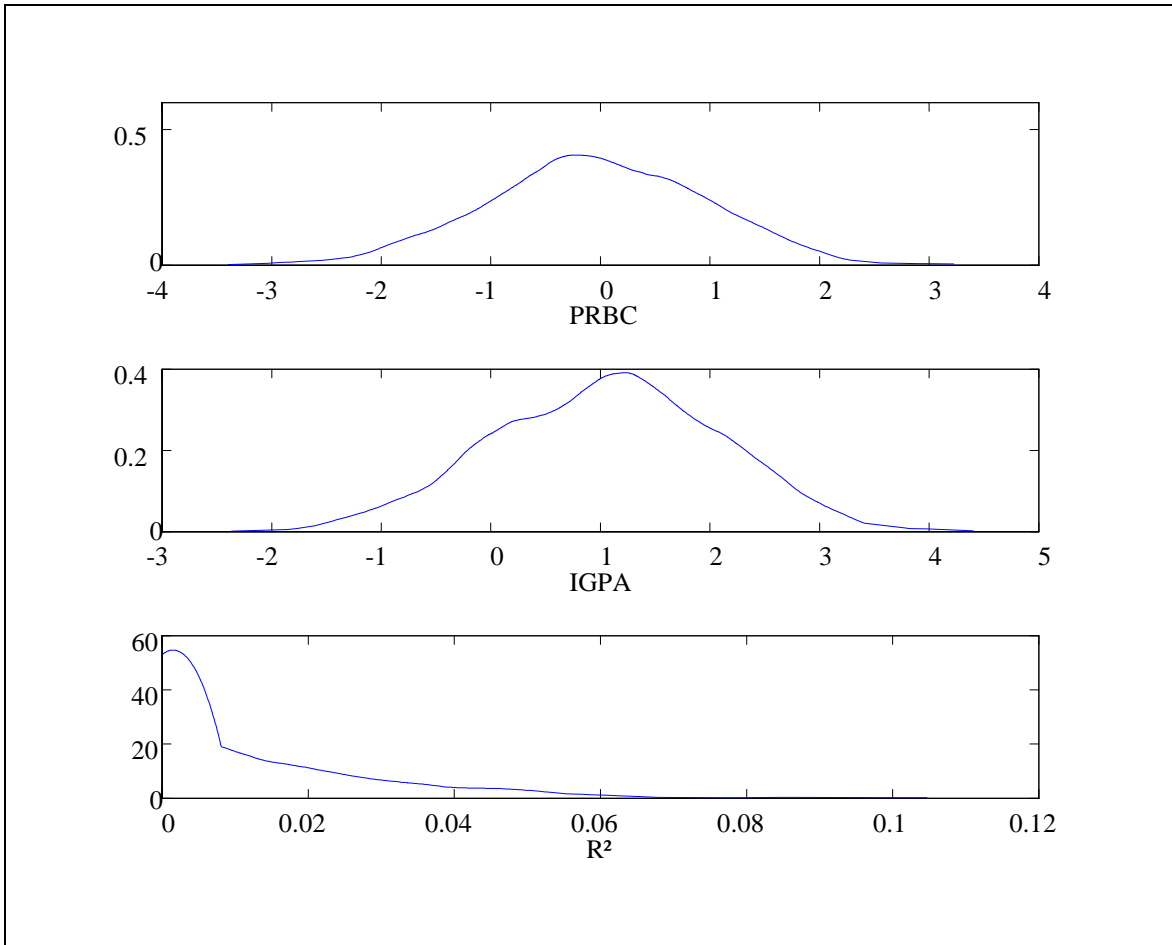
Los resultados de los tres experimentos se repartan en los gráficos B.1 a B.3 y el cuadro B.1. Los gráficos presentan a su vez tres paneles; en el primero se encuentra una estimación no paramétrica de la densidad empírica del valor del test  $t$  correspondiente a la hipótesis nula que el coeficiente asociado al PRBC es cero. Es decir, que el retorno en renta fija no afecta a la participación de renta variable en la cartera total. El segundo panel corresponde a la distribución empírica del test  $t$  de la nula que el coeficiente asociado al retorno en renta variable no afecta la composición de cartera. Finalmente, el tercer panel corresponde a la densidad empírica de los valores del  $R^2$  corregido de la regresión antes mencionada. Todas las densidades fueron estimadas utilizando el *kernel* de Epanechnikov con la selección automática de banda propuesta por Silverman (1986).<sup>18</sup>

---

<sup>17</sup> Los coeficientes utilizados, así como el código en GAUSS para la realización de estos experimentos están disponibles para aquellos interesados.

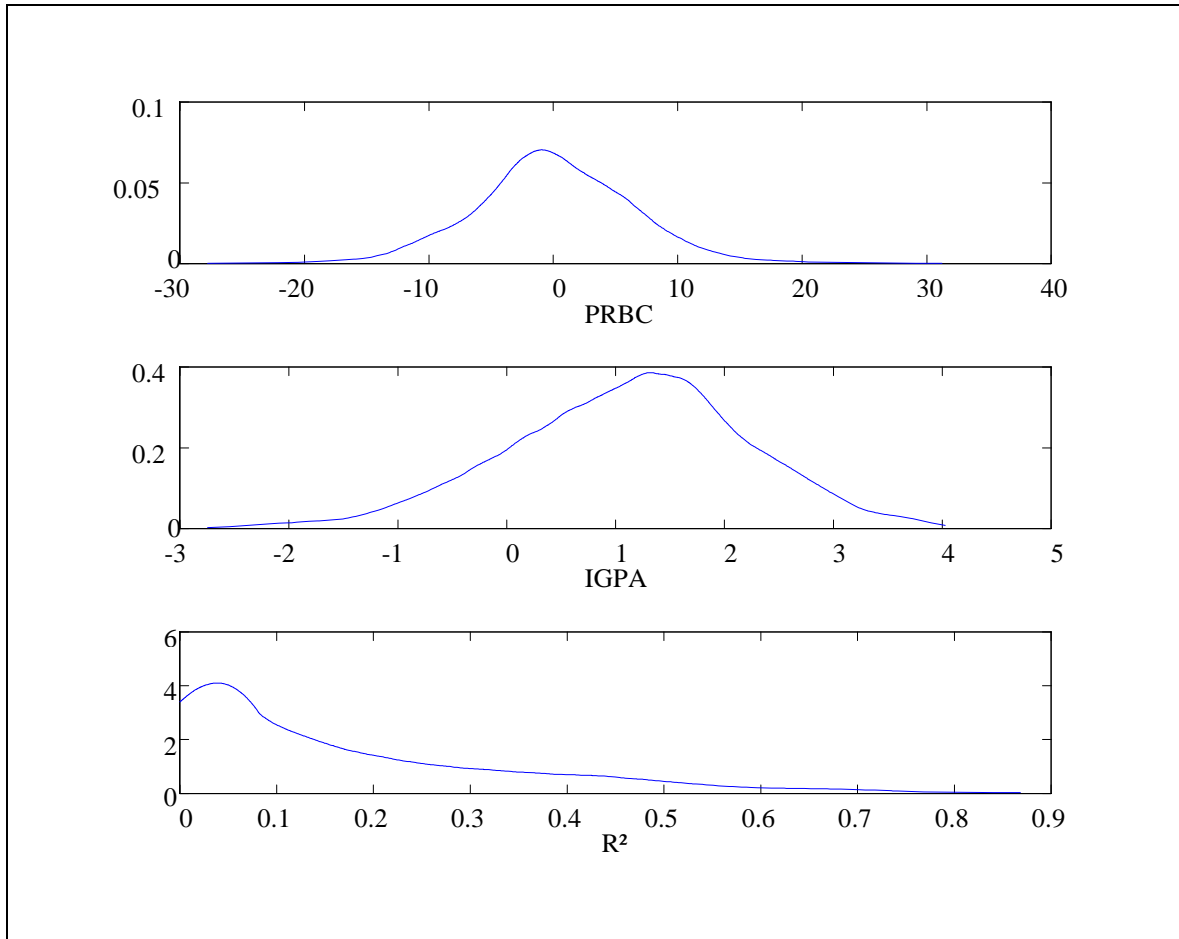
<sup>18</sup> Cabe recalcar que la elección de *kernel* no afecta en lo absoluto la densidad estimada. Densidades estimadas con *kernels* normales arrojan resultados prácticamente idénticos.

**Gráfico B.1**  
**Resultados del Primer Experimento: Ruido Blanco**



Como se observa en el gráfico B.1, el introducir procesos independientes ausentes de autocorrelación hace que el instrumento de renta fija no tenga efectos estadísticamente significativos sobre la composición de la cartera y efectos marginalmente significativos en el caso del retorno en renta variables. La intuición en este caso es clara, en presencia de ruidos blancos en los retornos la composición de cartera se ve guiada por las esperanzas incondicionales de los retornos, pues un mayor o menor retorno hoy no tiene efecto sobre los prospectos de retornos en el futuro. De hecho, se esperaría que la composición de cartera tenga fluctuaciones correspondientes a ruido blanco respecto a la esperanza incondicional de la composición de cartera. Note a su vez, que de seguirse esta “estrategia” la ecuación econométrica que relación la composición de cartera y los distintos instrumentos evidenciaría una muy pobre bondad de ajuste. Éste es por ende, un escenario absolutamente contradictorio al que se presenta en nuestro modelo.

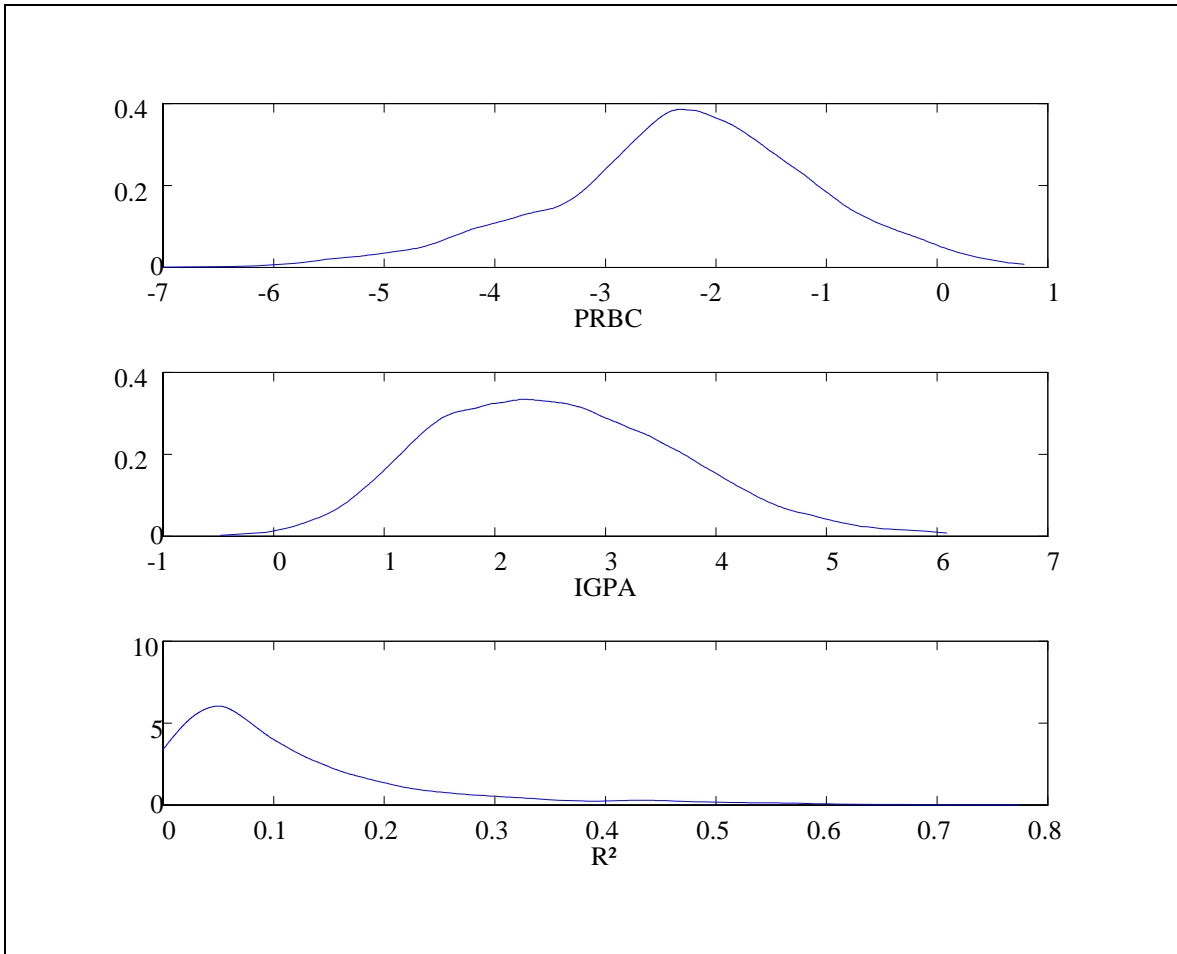
**Gráfico B.2**  
**Resultados del Segundo Experimento: AR(1) Independientes**



Resulta evidente que la ausencia de persistencia en los retornos conduciría a una disociación entre los retornos y la composición de cartera. Una ley de movimiento más realista debiera tomar en cuenta la elevada autocorrelación de las series. En este ejercicio se asume que los retornos siguen procesos AR(1) independientes entre sí. Como se observa en el gráfico B.2 las densidades de los tests  $t$  son cualitativamente similares a las del caso anterior. Esto se debe a que ambos procesos son estacionarios. Se muestra que a pesar que la “bondad de ajuste” incrementa substancialmente respecto al caso anterior, los resultados correspondientes al test  $t$  del retorno en renta fija son sólo marginalmente asimétricos proveyendo probabilidades similares a que el signo del coeficiente sea positivo o negativo. En el cuadro B.1 se describe de manera más rigurosa la plausibilidad de este escenario.



**Gráfico B.3**  
**Resultados del Tercer Experimento: VAR(1)**



El tercer escenario es probablemente el más realista, en el se modela simultáneamente la interacción de los retornos y su persistencia. La descomposición de Cholesky es consistente con un ordenamiento en el que el PRBC causa al IGPA aunque resultados con triangularizaciones distintas conducen a resultados prácticamente idénticos. A pesar que en este escenario los “signos” de los coeficientes son más consistentes con los resultados de nuestro modelo econométrico, se observa que la bondad de ajuste de este modelo es bastante inferior a la del proceso AR(1) discutido previamente.

¿Cuán probable es entonces que la asociación encontrada en nuestro modelo haya provenido de una ilusión contable?. La respuesta depende crucialmente del proceso que genera la ley de movimiento de los retornos. El cuadro B.1 muestra los cálculos de la probabilidad de ocurrencia que una relación como la encontrada en nuestro modelo provenga de “estrategia” como la descrita. Para ello se computaron las probabilidades de tener coeficientes asociados al retorno en renta fija significativos y de signo correcto (negativo), la probabilidad de tener un coeficiente asociado a renta variable significativo y de signo correcto (positivo), la

probabilidad de tener una “alta bondad de ajuste” y la probabilidad de ocurrencia de estos eventos de manera conjunta.<sup>19</sup> En todos los casos se intentó dar la mayor chance posible a la “estrategia” simple descrita en este Anexo. Por ello, en el caso de los eventos *A* y *B* se consideran niveles de significancia del 5% a pesar que nuestro modelo muestra *p-values* correspondientes a niveles inferiores de 2% (ver cuadro 1). A su vez, se es bastante contemplativo en lo que denominamos “bondad de ajuste” pues exigimos a los experimentos que el valor del  $R^2$  sea apenas superior a 0.3.

Los resultados muestran que la probabilidad conjunta de ocurrencia de un evento como el encontrado en el cuadro 1 del texto provenga de una “estrategia vacacional” es (cuando menos) extremadamente baja. De hecho, aún con leyes de movimiento razonables para la evolución de los retornos como en el tercer experimento, la probabilidad de encontrar coeficientes con signos correctos es apenas superior a los resultados de lanzar una moneda balanceada (pura chance). A su vez, se observa que la probabilidad conjunta de ocurrencia de “altas bondades de ajuste” y signos correctos en ningún caso supera el 5%. Por lo tanto, este ejercicio demuestra que la proposición que una “estrategia vacacional” arrojaría resultados observacionalmente equivalentes a los encontrados en el cuadro 1 es fundamentalmente incorrecta y tiene una probabilidad de ocurrencia cercana a un “milagro”.<sup>20</sup>

**Cuadro B.1**  
**Probabilidad de Ocurrencia de Distintos Eventos según Experimento**

<i>Evento</i>	<i>Experimento 1</i>	<i>Experimento 2</i>	<i>Experimento 3</i>
<i>A</i>	0.054	0.386	0.709
<i>B</i>	0.283	0.312	0.769
<i>C</i>	0.000	0.198	0.082
<i>D</i>	0.018	0.140	0.527
<i>E</i>	0.000	0.046	0.015

**Notas:** *A* = Probabilidad que el coeficiente de retorno en renta fija sea negativo y estadísticamente significativo (al 95%). *B* = Probabilidad que el coeficiente de retorno en renta variable sea positivo y estadísticamente significativo (al 95%). *C* = Probabilidad de alta bondad de ajuste ( $R^2 > 0.3$ ). *D* = Probabilidad conjunta de eventos *A* y *B*. *E* = Probabilidad conjunta de eventos *A*, *B* y *C*. Todas las probabilidades se computan a partir de los 1000 experimentos de Monte Carlo.

<sup>19</sup> Recuerde que el comentario que dio origen a este ejercicio se basaba en que una “estrategia” de este tipo sería observacionalmente equivalente a la obtenida con los resultados de nuestro modelo econométrico en el que los coeficientes son significativos y de signo correcto, además de tener una muy alta bondad de ajuste. De hecho, recordemos que un comentarista se extrañó que al trabajar con lo que según él eran “prácticamente” identidades no obtuviésemos un  $R^2$  de 1!!!.

<sup>20</sup> Entendido como un evento con probabilidad de ocurrencia 0.

## Anexo C: Los Datos

A continuación se presenta una descripción detallada de los datos utilizados en este estudio. En caso que corresponda, se explican las metodologías utilizadas para la conformación de las diferentes series estadísticas.

Las series mensuales utilizadas corresponden al período 1990 - 1996, vale decir, cada una de ellas contiene 84 observaciones. El período bajo análisis no corresponde a una elección arbitraria, sino que obedece a restricciones en cuanto a disponibilidad de datos.

### **Series utilizadas / Fuentes / Metodología (en caso que corresponda):**

- Índice General de Precios de Acciones (IGPA) / Bolsa de Comercio, información extraída de terminales.
- Índice de Precios Selectivo de Acciones (IPSA) / Bolsa de Comercio, información extraída de terminales.
- Índice GLOBAL / Bolsa Electrónica
- Índice Mensual de Actividad Económica (IMACEC) / Banco Central, Boletín Mensual varios números.
- Unidad de Fomento (UF) / Banco Central, Boletín Mensual varios números
- Tamaño del Fondo de Pensión de cada una de las AFP que operan o que operaron en algún momento dentro del período en análisis / Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones, Boletín Estadístico varios números / Para determinar el tamaño de cada fondo se consideró el total de activos (en millones de pesos de cada mes) en que se encuentran invertidos los fondos que administra cada AFP. La importancia relativa de cada uno se determinó como la razón entre los activos de un fondo en particular y la sumatoria de los activos de todos los fondos del sistema.
- Rentabilidad Real de cada uno de los Fondos Deflactada por U.F. / Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones, Boletín Estadístico varios números.
- Activos de los Fondos de Pensiones diversificado en Renta Fija y Renta Variable / Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones, Boletín Estadístico varios números / Para lograr esta desagregación se sustrajo al valor total de los activos de cada fondo el valor de la proporción de activos invertidos en instrumentos de renta variable, se consideraron dentro de esta categoría los siguientes instrumentos: Acciones de Sociedades Anónimas Abiertas (ACC), Acciones que no requieren aprobación de la Comisión Clasificadora de riesgo (ALD), Acciones de Sociedades Anónimas Inmobiliarias (ACI), Cuotas de Fondos de Inversión Inmobiliarias (CFI), Cuotas de

Fondos de Inversión de Desarrollo de Empresas (CFK), Cuotas de Fondos de Inversión Mobiliarios (CFV), y Cuotas de Fondos de Inversión de Crédito Securitizados (CFC). Este último instrumento, si bien aparece en la publicaciones de la SAFP como uno elegible, en la práctica no está disponible, al menos para el período considerado en este estudio.

- Rentabilidad real de la cartera de renta fija y rentabilidad real de la cartera de renta variable por Fondo, al cierre del mes / Superintendencia de AFP / Metodología de la Superintendencia de AFP.